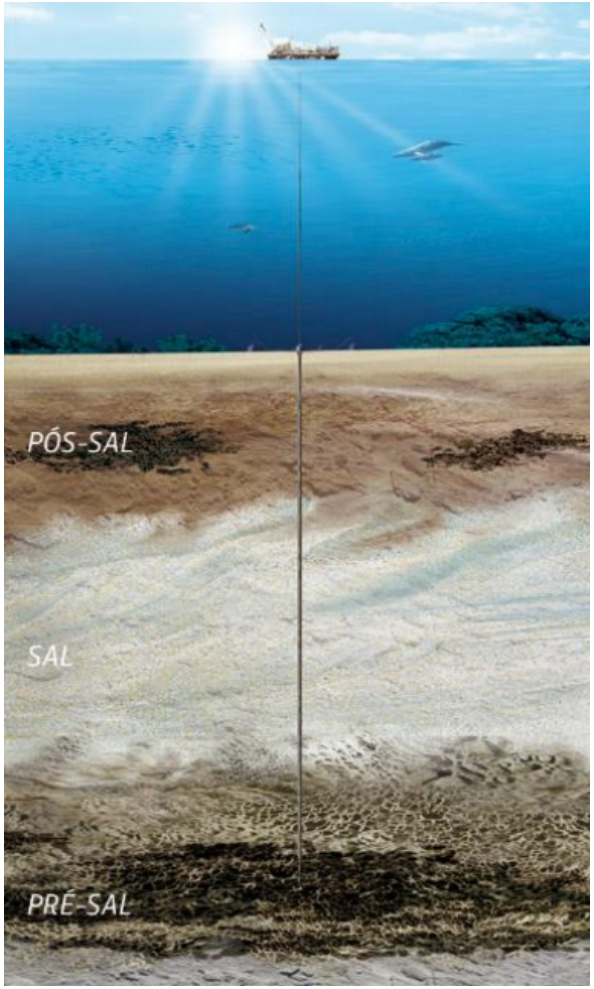
Ajuste Automático ao Histórico
Simulação de Reservatórios

Flavio Dickstein IM/UFRJ
Paulo Goldfeld IM/UFRJ
Renan V. Pinto LabMAPetro/UFRJ

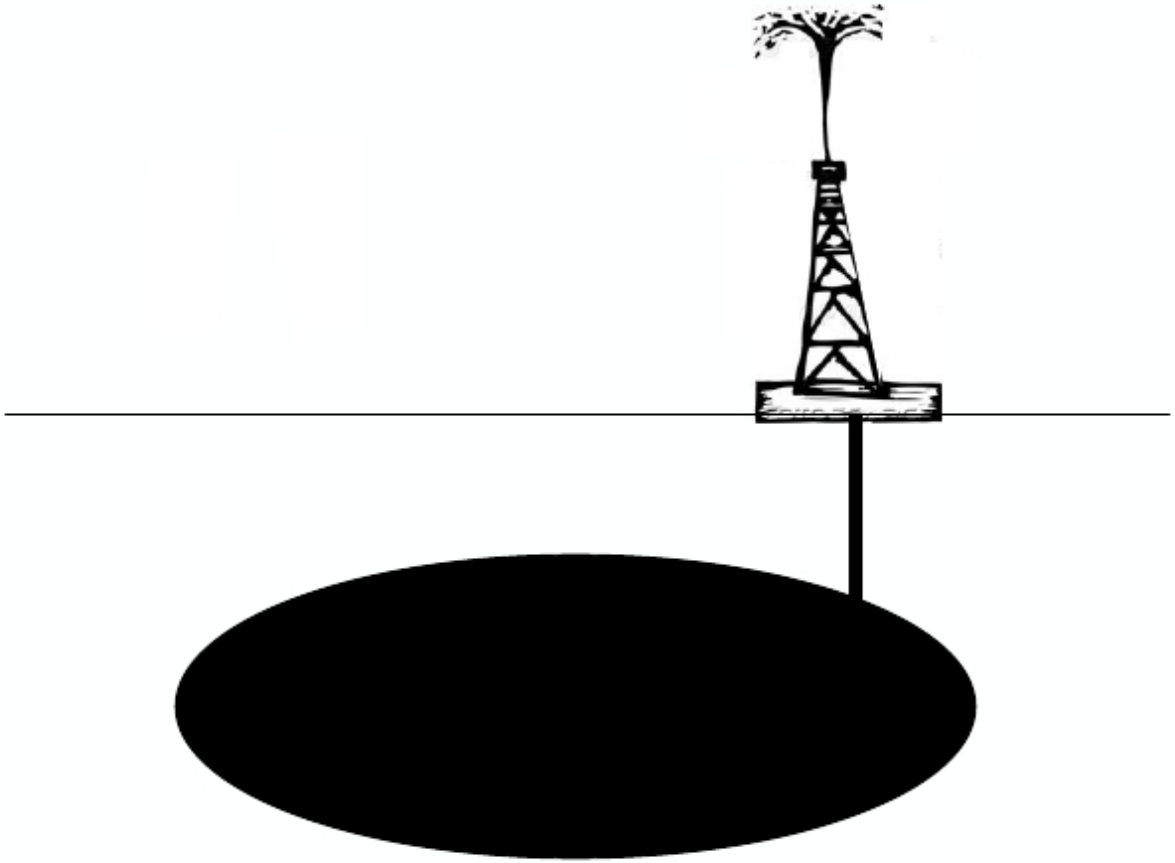
Novembro/2018

Reservatório *Offshore*

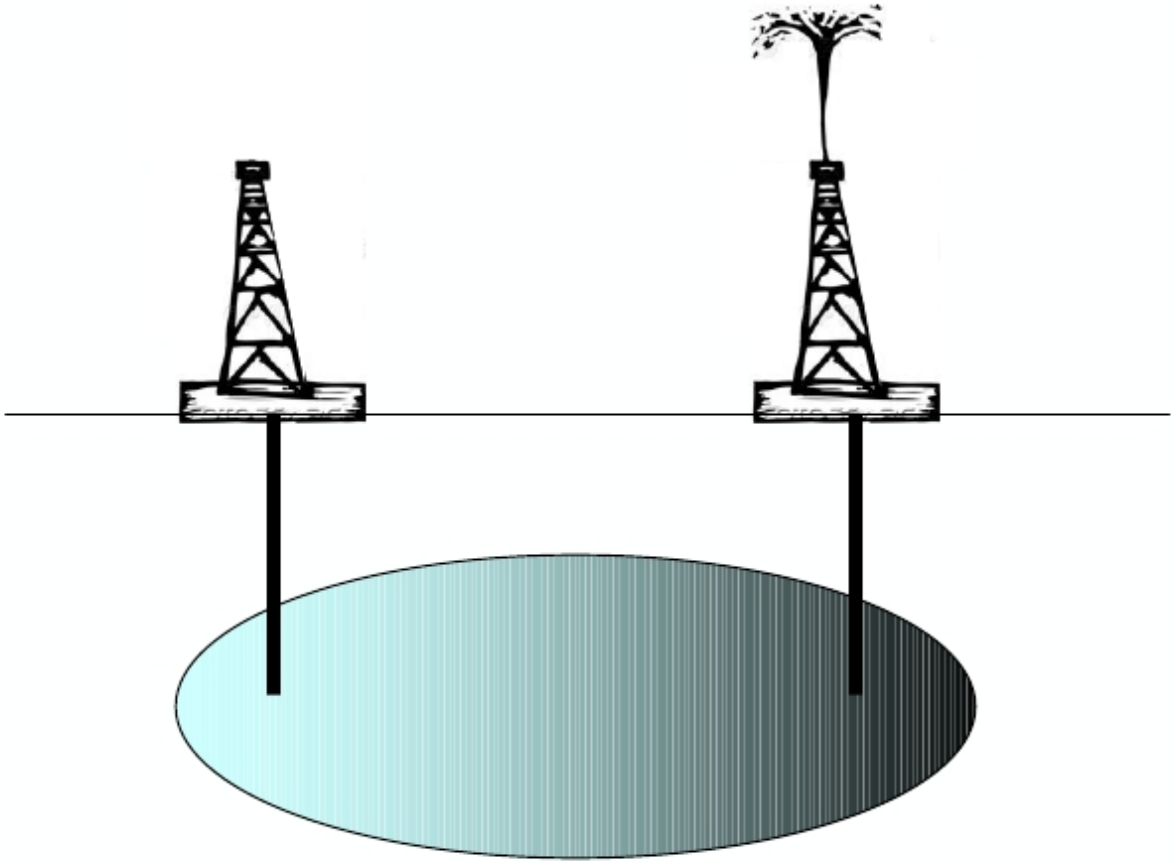


- Brasil: $\approx$ 95 % produção *offshore*
- lâminas d'água de até 3 km
- até 4 km abaixo do fundo do mar
- até 2.5 km de sal (pré-sal)
- até 100's km da costa
- 10's a 100's m de espessura
- km's de comprimento
- meio poroso
- óleo + gás + água

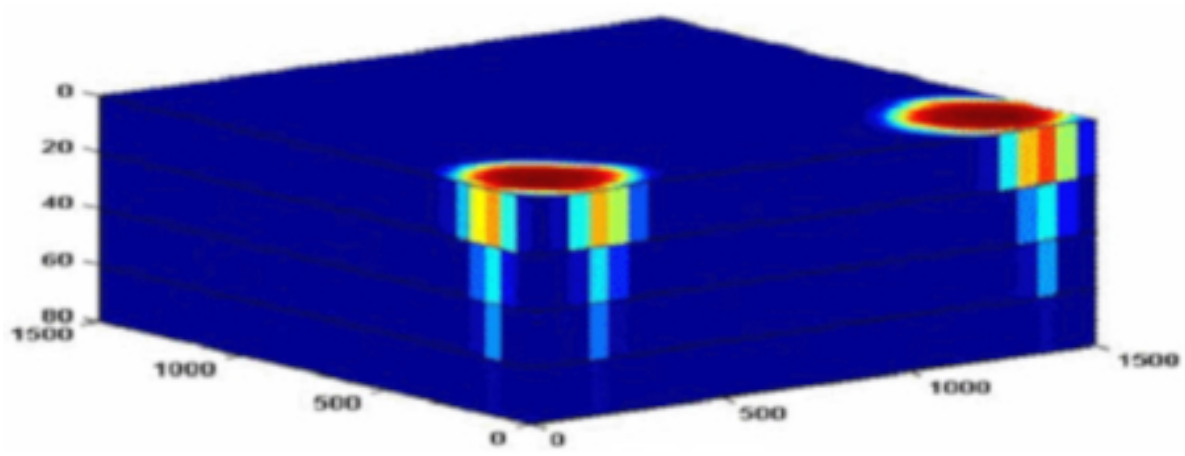
Recuperação Primária



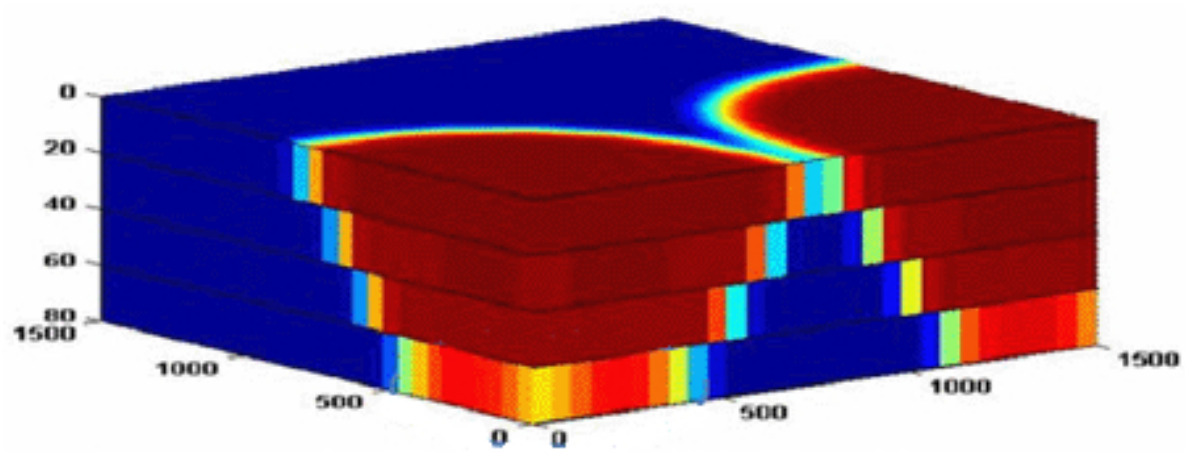
Recuperação Secundária



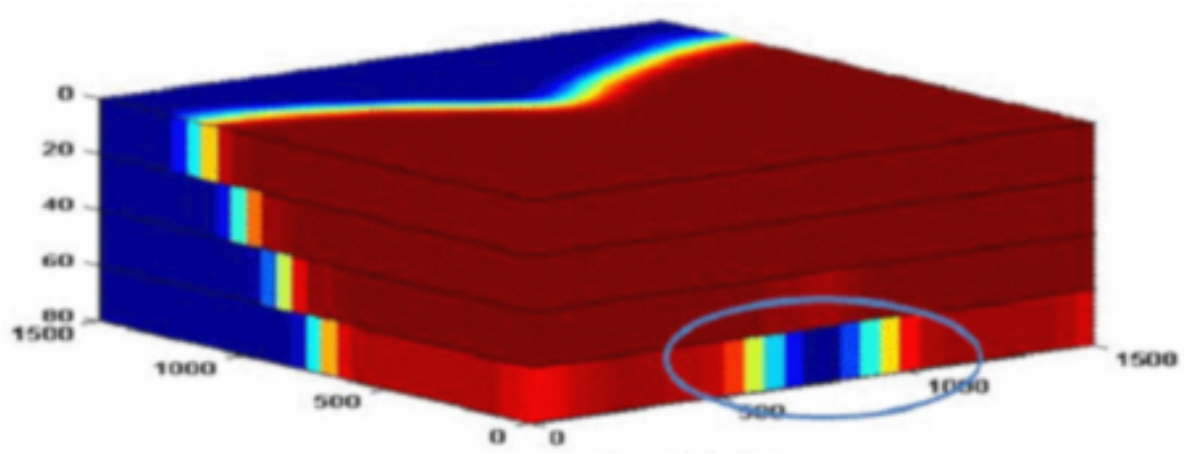
Eficiência de Varrido – I



Eficiência de Varrido – I

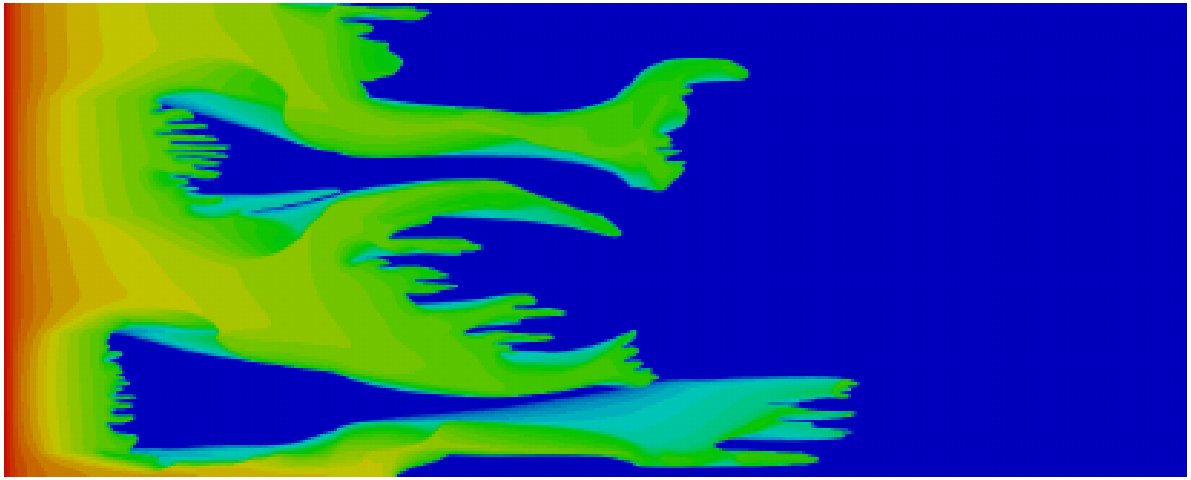


Eficiência de Varrido – I

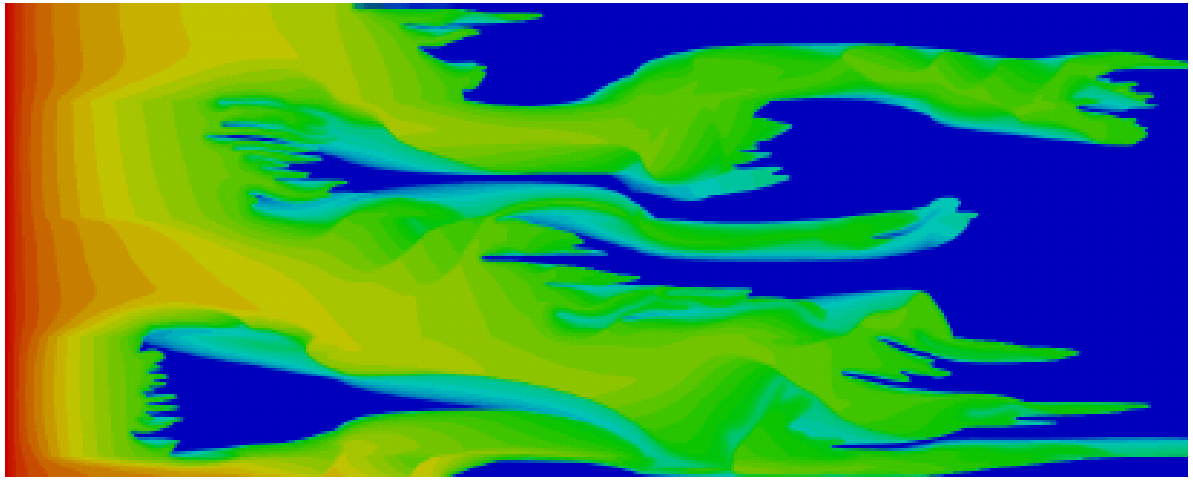


Eficiência de Varrido – II

Eficiência de Varrido – II



Eficiência de Varrido – II



Otimização de Produção

- Função-objetivo a maximizar:
  - valor presente líquido (VPL).
- Variáveis de projeto:
  - número de poços;
  - tipos de poços;
  - localização dos poços;
  - vazões/pressões de injeção/produção;
  - uso ou não de “métodos avançados” de recuperação;
  - etc., etc., etc. ...
- Restrições:
  - contratuais;
  - financeiras;
  - legais/ambientais;
  - logísticas/operacionais;
  - geomecânicas;
  - etc., etc., etc. ...

Cálculo da Função-Objetivo

Imagine fixadas as variáveis de projeto: Quantos poços? De que tipo? Onde? Operando como?

Para calcular o VPL, é necessário **(mas não suficiente)** saber como será a produção (de óleo, gás e água) ao longo do tempo.

Simulação de reservatórios é o cálculo da produção ao longo do tempo em função das variáveis de projeto **e de parâmetros do modelo.**

Simulação de Reservatório

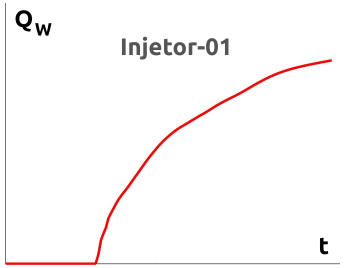
Dados:

- geometria;
- rocha: K, ϕ, C;
- fluidos: μ, ρ, ...
- rocha-fluido: P_C, K_r, ...
- poços;
- cond. iniciais;
- cond. de contorno;
- $\vdots$

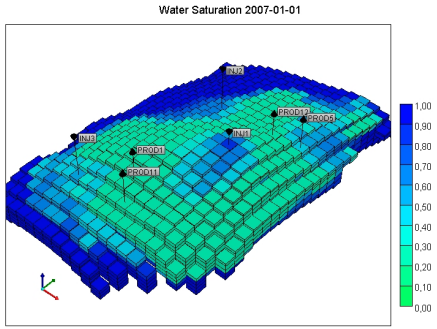
Saída:

- curvas (para cada poço)

$$Q_* \times t, \quad P_F \times t, \quad \ldots$$



- mapas $S_* \times t$, $P \times t$, $\ldots$;



Além do Simulador

Otimização de produção é um problema desafiador:

- muitas variáveis de projeto;
- mistura de variáveis inteiras, contínuas, geométricas...;
- cálculo da função-objetivo custoso;
- variáveis incontroláveis: juros, preço do petróleo, ...;
- otimização sob incerteza.

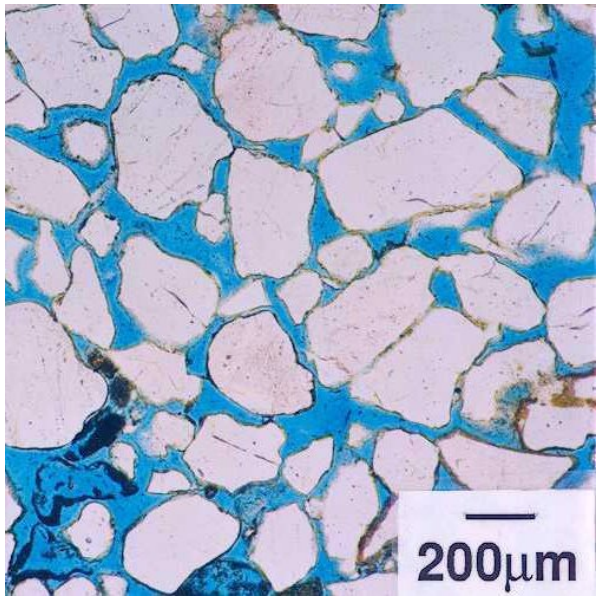
Mesmo os dados para a simulação são incertos:

- informações esparsas e/ou indiretas;
- podemos inferir dados para simulação via simulação: Ajuste ao Histórico.

Meio Poroso — definições

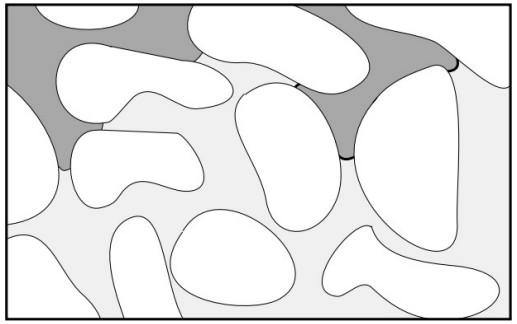
Porosidade

$$\phi = \frac{\text{volume de poros efetivos}}{\text{volume total}}$$



Meio Poroso — definições

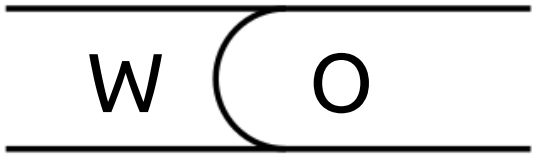
Fases, Componentes



Saturação

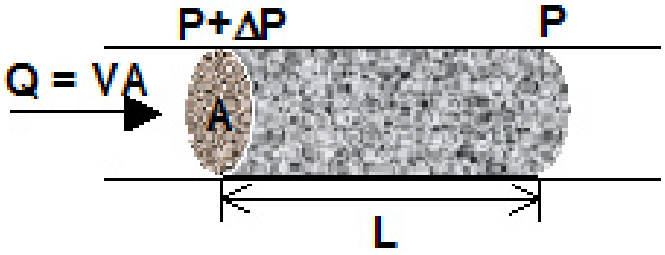
$$S_\alpha = \frac{\text{volume da fase } \alpha}{\text{volume total de fluidos}}$$

Pressão Capilar



$$P_C = P_O - P_W$$

Lei de Darcy — caso monofásico



$$v = \frac{Q}{A} = \frac{K}{\mu}\frac{\Delta P}{L} \quad \Longrightarrow \quad v = -\frac{K}{\mu}\nabla P$$

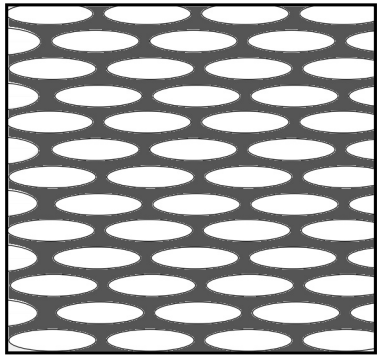
Lei de Darcy — caso monofásico

v é a velocidade de escoamento do fluido.

μ é a viscosidade do fluido

K é a permeabilidade absoluta do meio.

Meio heterogêneo: $K = K(x)$.

Meio anisotrópico:  , K é matriz SPD.

Lei de Darcy — caso bifásico

$$v_w = -\frac{K_{rw}K}{\mu_w}\nabla P_w$$

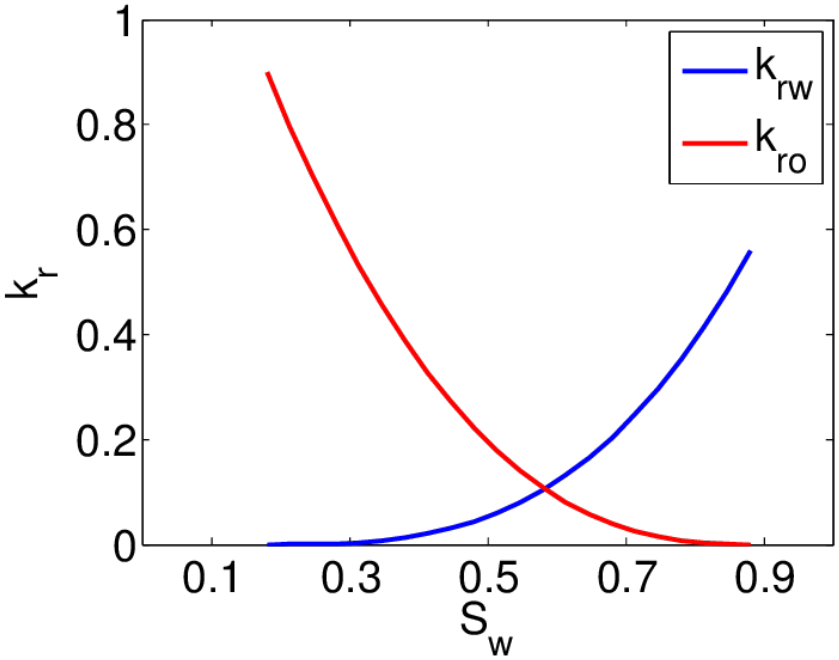
$$v_o = -\frac{K_{ro}K}{\mu_o}\nabla P_o$$

$$K_{rw} = K_{rw}(s), \quad K_{ro} = K_{ro}(s)$$

Lei de Darcy — caso bifásico

$$v_w = -\frac{K_{rw}K}{\mu_w}\nabla P_w$$

$$v_o = -\frac{K_{ro}K}{\mu_o}\nabla P_o$$



$$K_{rw} = K_{rw}(s), \quad K_{ro} = K_{ro}(s)$$

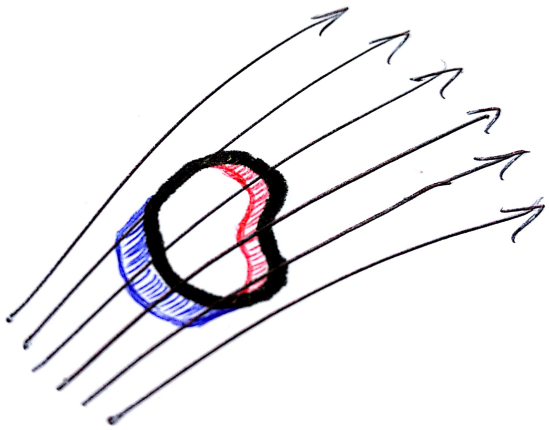
Conservação de Massa

"Nada se cria, nada se perde."

Numa região Ω, entre os instantes entre t_1 e t_2,
para cada fase (no caso **imiscível**):

variação de massa em Ω + fluxo através de $\partial\Omega$ =

contribuição de fontes externas



Conservação de Massa

Seja ρ a densidade de massa da fase. Então,

$$\int_{\Omega} (\phi \rho s)\Big|_{t_1}^{t_2} + \int_{t_1}^{t_2} \int_{\partial\Omega} \rho v.\eta = \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Omega} \rho q$$

Usando o Teorema da Divergência

$$\int_{\partial\Omega} \rho v.\eta = \int_{\Omega} \nabla.(\rho v),$$

obtemos

$$\partial_t(\phi \rho s) + \nabla.(\rho v) = \rho q$$

Caso água-óleo

Assumindo que a água, o óleo e a rocha são **incompressíveis** (ρ constante), e ignorando os efeitos de capilaridade, obtemos

$$\begin{cases} \phi\partial_t s_w + \nabla . v_w = q_w \\ \phi\partial_t s_o + \nabla . v_o = q_o \\ v_w = -\frac{KK_{rw}}{\mu_w}\nabla P = -K\lambda_w \nabla P \\ v_o = -\frac{KK_{ro}}{\mu_o}\nabla P = -K\lambda_o \nabla P \\ s_w + s_0 = 1 \end{cases}$$

O que significa este sistema?

Caso água-óleo

Seja $s = s_w$, $v_t = v_w + v_o$, $q_t = q_w + q_o$, $\lambda_t = \lambda_w + \lambda_o$. Então,

$$\begin{cases} \phi \partial_t s - \nabla.(K\lambda_w(s)\nabla P) = q_w \\ \nabla.v_t = q_t \\ v_t = -K\lambda_t(s)\nabla P \end{cases}$$

s satisfaz a equação de transporte não-linear

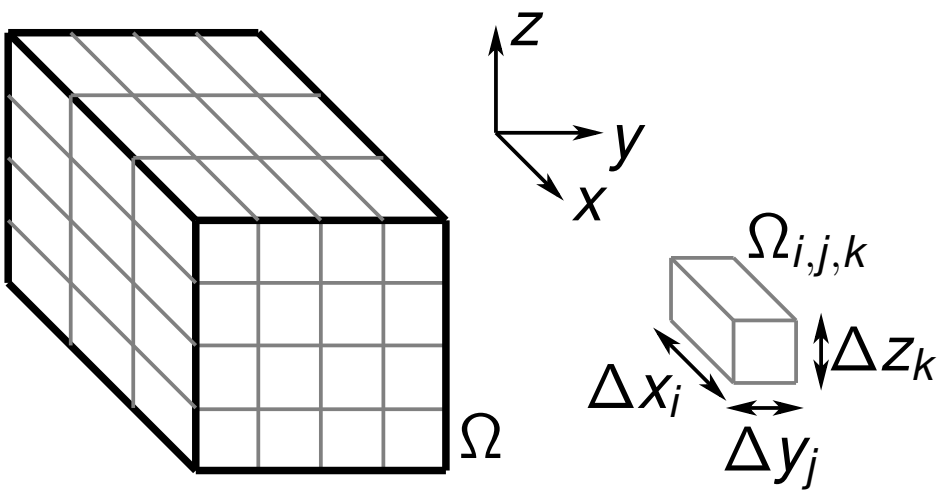
$$\phi \partial_t s - \nabla.(K\lambda_w(s)\nabla P) = q_w$$

e P satisfaz a equação elíptica

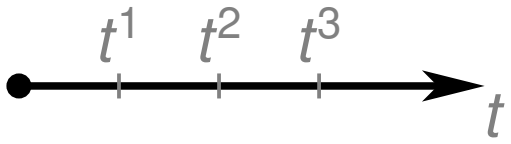
$$-\nabla.(K\lambda_t(s)\nabla P) = q_t$$

Resolução Numérica

Discretização no espaço:



Discretização no tempo:



Esquemas de Resolução Numérica

Totalmente Implícito

$$\begin{cases} \dfrac{s^{n+1} - s^n}{\Delta t} - \nabla_h.(K\lambda_w(s^{n+1})\nabla_h P^{n+1}) = q_w^{n+1} \\ \\ -\nabla_h.(K\lambda_t(s^{n+1})\nabla_h P^{n+1}) = q_t^{n+1} \end{cases}$$

- Pressões e saturações se acoplam
- sistemas não-lineares “mais caros”.
- Incondicionalmente estável.

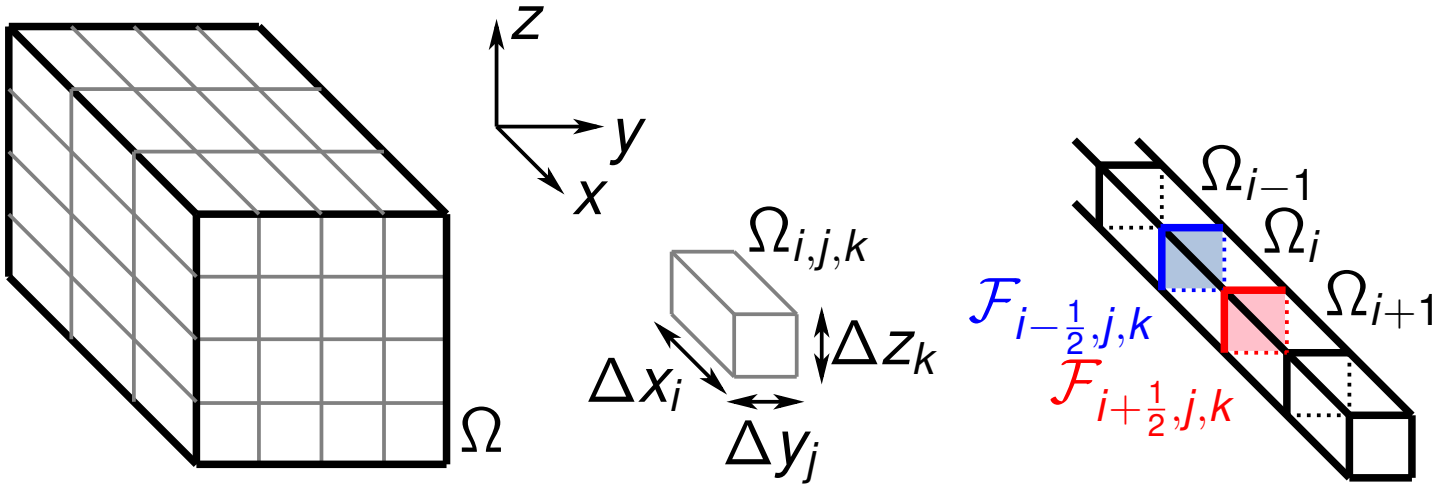
Esquemas de Resolução Numérica

Esquema IMPES (implicit pressure, explicit saturation)

$$\begin{cases} \dfrac{s^{n+1} - s^n}{\Delta t} - \nabla_h.(K\lambda_w(s^n)\nabla_h P^{n+1}) = q_w^{n+1} \\ \\ -\nabla_h.(K\lambda_t(s^n)\nabla_h P^{n+1}) = q_t^{n+1} \end{cases}$$

- Apenas as pressões se acoplam.
- sistemas não lineares “mais baratos”.
- Restrição no passo para garantir estabilidade.

Discretização Espacial



$$
\begin{aligned}
\nabla_h . v \quad = \quad & (v.\eta)_{i-\frac{1}{2},j,k} + (v.\eta)_{i+\frac{1}{2},j,k} \\
& + (v.\eta)_{i,j-\frac{1}{2},k} + (v.\eta)_{i,j+\frac{1}{2},k} \\
& + (v.\eta)_{i,j,k-\frac{1}{2}} + (v.\eta)_{i,j,k+\frac{1}{2}}
\end{aligned}
$$

Discretização Espacial

$$
\begin{aligned}
(v.\eta)_{i+\frac{1}{2},j,k} &= -K\lambda(s_{i+\frac{1}{2},j,k})(\nabla_h P.\eta)_{i+\frac{1}{2},j,k} \\
&= -K\lambda(s_{i+\frac{1}{2},j,k})\,(\partial_x P)_{i+\frac{1}{2},j,k}
\end{aligned}
$$

$$
(\partial_x P)_{i+\frac{1}{2},j,k} \approx \frac{P_{i+1,j,k} - P_{i-1,j,k}}{\Delta x_i}
$$

$$
s_{i+\frac{1}{2},j,k} \approx s_{i+1,j,k} \text{ ou } s_{i,j,k}
$$

Solução dos Sistemas Não-Lineares

Método de Newton: Repetir até convergência:

- linearizar;
- resolver o problema linear aproximado.

$$\begin{bmatrix} f_1(\vec{x}) \\ \vdots \\ f_n(\vec{x}) \end{bmatrix} = \vec{0}, \quad J_f(\vec{x}) = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\vec{x})\right]_{ij}$$

$$f(\vec{x}) \approx f(\vec{x}_k) + J_f(\vec{x}_k)\underbrace{(\vec{x} - \vec{x}_k)}_{\Delta\vec{x}} = \vec{0}$$

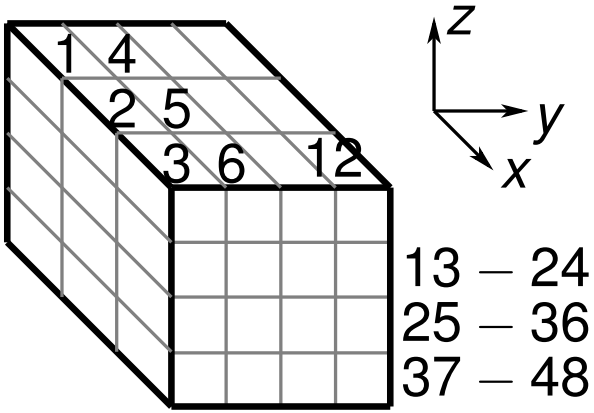
$$J_f(\vec{x}_k)\Delta\vec{x} = -f(\vec{x}_k)$$

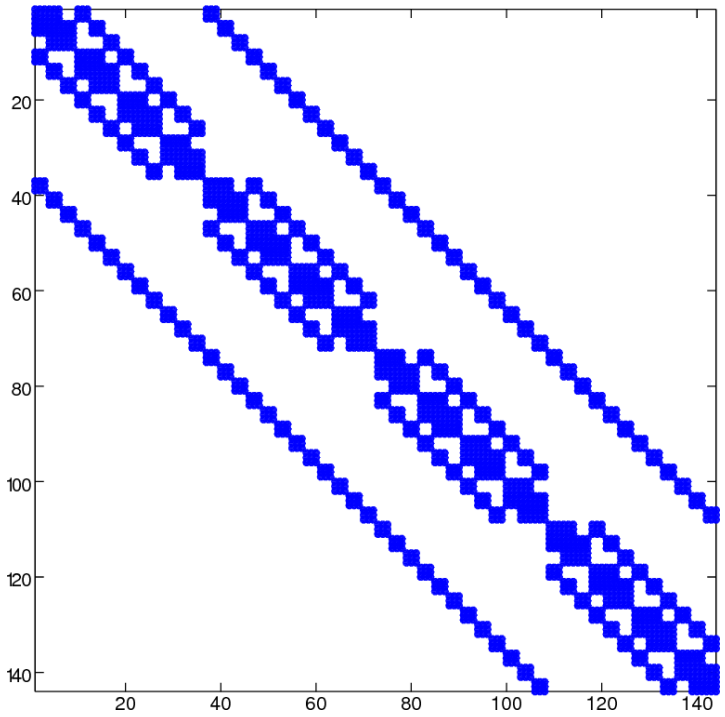
Sistemas Lineares

- A cada passo de tempo, um sistema não-linear.
- Sistema não-linear resolvido por iterações de Newton.
- Cada iteração de Newton requer resolver um sist. linear.
- Sist. lineares $(3n_{\text{bloc.}}) \times (3n_{\text{bloc.}})$, no caso totalm. implícito.
- Usual: $O(10^5)$, $O(10^6)$ incógnitas.
- Muito grande: $O(10^9)$ incógnitas.

Sistemas Lineares

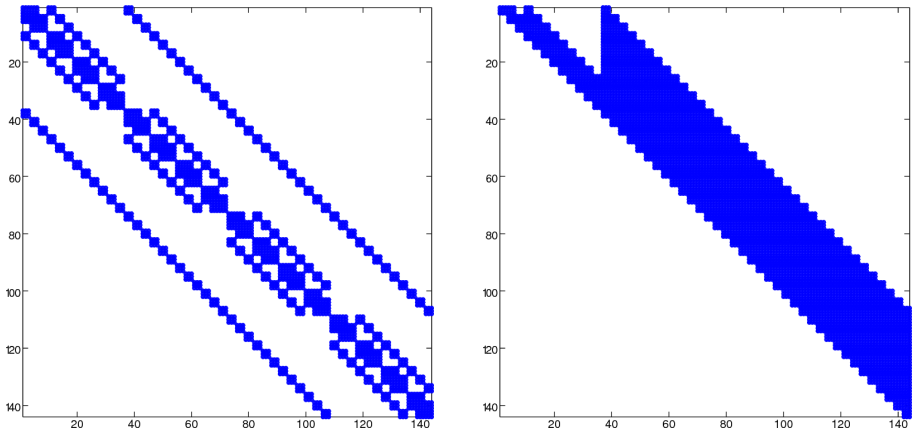
- As 3 eqs. de $\Omega_{i,j,k}$ só envolvem as mesmas 21 variáveis: $(P_O, S_W, S_O)_{(i,j,k),(i\pm1,j,k),(i,j\pm1,k),(i,j,k\pm1)}$.
- Sistemas esparsos e blocados:





Sistemas Lineares

- *LU* (eliminação Gaussiana) gera preenchimento:



- *Solvers* lineares iterativos, precondicionadores, computação de alto desempenho...