Problemas de autovalores de Steklov-Neumann e aplicações *

October 25, 2012

J. D. B. de Godoi [1], O. H. Miyagaki [2] e R. S. Rodrigues[3]

Abstract

Serão estudados problemas de autovalores de Neumann e de Steklov para sistemas lineares, e são obtidos resultados de existência de uma sequência ilimitada de autovalores. Mais exatamente, trataremos os seguintes problemas de autovalor: O primeiro a ser estudado será o auto-sistema de Steklov

$$\textbf{(I)} \qquad \begin{cases} -\triangle U + C(x)U = 0, & se\ x \in \Omega \\ \dfrac{\partial U}{\partial \eta} = \mu U, & se\ x \in \partial\Omega, \end{cases} \tag{0.1}$$

sob certas condições sobre Ω e $C(x) = \begin{pmatrix} a(x) & b(x) \\ b(x) & c(x) \end{pmatrix}$. Uma das dificuldades em lidar com esse tipo de problema é a necessidade de utilizarmos o operador traço. Referimos os artigos [3], [4], [5], [6], [8], [9] e [10] para o caso escalar. O segundo problema será o auto-sistema de Neumann

$$\textbf{(II)} \qquad \begin{cases} -\triangle U + C(x)U = \lambda U, & se\ x \in \Omega \\ \dfrac{\partial U}{\partial \eta} = 0, & se\ x \in \partial\Omega, \end{cases} \tag{0.2}$$

com Ω e $C(x)$ satisfazendo certas condições, que serão vistas posteriormente. Citamos, como referência , para o caso escalar, [12], [13], [11], [15], e para o caso de sistema, [2] e [1]. Os resultados obtidos, serão aplicados para obter resultados de existência de solução fraca para uma

*Financiado em parte pelo INCTmat/MCT-Brazil. J.D.B.de Godoi foi bolsista da CAPES,O.H. Miyagaki foi financiado em parte pelo CNPq/Brazil e Fapemig CEX APQ 00025/11

[1]Departamento de Matemática, Universidade Federal de São Carlos
13565-905 - São Carlos (SP), Brazil. *e-mail:* jdamiao7@yahoo.com.br

[2]Departamento de Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora
36036-330 - Juiz de fora (MG), Brazil. *e-mail:* ohmiyagaki@gmail.com

[3]Departamento de Matemática, Universidade Federal de São Carlos
13565-905 - São Carlos (SP), Brazil. *e-mail:* rodrigosrodrigues@ig.com.br

classe de sistemas de equações diferenciais parciais elípticas com condições de fronteira não lineares, a saber

$$\mathbf{A}\begin{cases} -\triangle U + C(x)U = f(x,U), & se\ x \in \Omega \\ \dfrac{\partial U}{\partial \eta} = g(x,U), & se\ x \in \partial\Omega, \end{cases} \tag{0.3}$$

onde f e g são funções adequadas. Ressaltamos que estes resultados foram inspirados no trabalho de [14], sendo que, estendemos os resultados deste artigo para sistemas. Serão explorados as interações entre as não linearidades e o espectro de Neumann, bem como as interações entre as não linearidades de fronteira e o espectro de Steklov. A técnica utilizada está, fundamentalmente, baseada em métodos de minimax da teoria de pontos críticos. Os resultados apresentados fazem parte da tese de doutorado do primeiro autor [7].

References

[1] AFROUZI, G. A., HEIDARKHANI, S., O'REGAN D.: *Three solutions to a class of Neumann doubly eigenvalue elliptic systems driven by a* $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$*-laplacian*; Bull. Korean Math. Soc., n. 6, p. 1235-1250, 2010.

[2] AMANN, H.: *Maximum Principles and Principal Eigenvalues*; Ten Mathematical Essays on Approximation in Analysis and Topology, J. Ferrera, J. López-Gomez, F. R. Ruiz del Portal (editors), Elsevier, p. 1-60, 2005.

[3] AUCHMUTY, G.: *Finite Energy Solutions of Mixed Elliptic Boundary Value Problems*; Math. Methods for the Applied Sciences, v. 33, p. 1446-1462, 2010.

[4] AUCHMUTY, G.: *Steklov eigenproblems and the representation of solutions of elliptic boundary value problems*; Numerical Functional Analysis and Optimization, v. 25, p. 321-348, 2004.

[5] AUCHMUTY, G.: *Spectral characterization of the trace spaces* $H^s(\partial\Omega)$; SIAM J. Math. Analysis, v. 38 (3), p. 894-905, 2006.

[6] BROCK, F.: *An isoperimetric inequality for eigenvalues of the Stekloff problem*; ZAMM Z. Angew. Math. Mech., v. 81, p. 69-71, 2001.

[7] J.D.B.DE GODOI, :*Problemas de Autovalores de Steklov-Neumann e Aplicações*, UFSCAR, 2012.

[8] ESCOBAR, J.F.: *An isoperimetric inequality and the first Steklov eigenvalue*; Journal of Functional Analysis, v. 165, p. 101-116, 1999.

[9] ESCOBAR, J.F.: *A comparison theorem for the first non-zero Steklov eingenvalue*; Journal of Functional Analysis, v. 178, p. 143-155, 2000.

[10] LAMBERTI, P.D.: *Steklov-type eigenvalues associated with best Sobolev trace constants: domain perturbation and overdetermined systems*; Complex Variables and Elliptic Equations, 2011.

[11] L, A.: *Eigenvalue problems for the p-Laplacian*; Nonlinear Analysis, v. 64, p. 1057-1099, 2006.

[12] LI, C.: *The existence of infinitely many solutions of a class of nonlinear elliptic equations with Neumann boundary condition for both resonance and oscillation problems*; Nonlinear Analysis, v. 54, p. 441-443, 2003.

[13] LI, C., LI, S.: *Multiple solutions and sign-changing solutions of a class of nonlinear elliptic equations with Neumann boundary condition*; J. Math. Anal. Appl., v. 298, p. 14-32, 2004.

[14] MAVINGA, N., NKASHAMA, M.N.: *Steklov-Neumann eigenproblems and nonlinear elliptic equations with nonlinear boundary conditions*; J. Differential Equations, v. 248, p. 1212-1229, 2010.

[15] ZHANG, J., LI, S., WANG, Y., XUE, X.: *Multiple solutions for semilinear elliptic equations with Neumann boundary condition and jumping nonlinearities*; J. Math. Anal. Appl., v. 371, p. 682-690, 2010.